EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

Varianta ….093

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze distanța de la punctul $A(9,-4)$ la punctul $B(-4,9)$.

(4p) **b)** Să se determine $a,b\in\mathbf{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $(4+5i)(1-2i)=a+bi$.

(4p) **c)** Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{13}$.

(4p) **d)** Să se determine conjugatul numărului complex $-7+8i$.

(2p) **e)** Să se determine $a,b\in\mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(9,-4)$ și $B(-4,9)$ să fie pe dreapta de ecuație $x+ay+b=0$.

(2p) **f)** Să se calculeze BC ,dacă în triunghiul ABC, $AB=6$, $AC=12$ și $m\left(\widehat{BAC}\right)=90^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix}-1 & 20\\ -3 & 30\end{vmatrix}$.

(3p) **b)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n\in\{1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $4^n\le 23$.

(3p) **c)** Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale , ecuația $25^x-625=0$.

(3p) **d)** Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive , ecuația $\log_2 x=2$.

(3p) **e)** Să se determine câtul și restul împărțirii polinomului $f=X^6+2X^3+1$ la polinomul $g=X^2+X+1$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}^*\to\mathbf{R}$, $f(x)=2+\dfrac{1}{x}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}^*$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

(3p) **c)** Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .

(3p) **d)** Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} f(n)$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea $A=\{2^i\cdot 5^j \mid i,j\in \mathbf{N}\}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $1\in A$, $2\in A$, $5\in A$ şi $4\in A$.

(4p) **b)** Să se verifice că $3\notin A$ şi $7\notin A$.

(4p) **c)** Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $1+a+a^2+...+a^n=\frac{1-a^{n+1}}{1-a}$, $\forall a\in \mathbf{R}-\{1\}$, $\forall n\in \mathbf{N}$.

(2p) **d)** Să se arate că $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+...+\frac{1}{2^k}<2$, $\forall k\in \mathbf{N}$.

(2p) **e)** Să se arate că $1+\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+...+\frac{1}{5^s}<\frac{5}{4}$, $\forall s\in \mathbf{N}$.

(2p) **f)** Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea $A\cap\{1,2,3,...,20\}$.

(2p) **g)** Să se arate că $\forall n\in \mathbf{N}^*$ şi oricare ar fi numerele naturale distincte $a_1,a_2,...,a_n\in A$, avem $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+...+\frac{1}{a_n}<\frac{5}{2}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x(x^2-1)$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se verifice că $f(x)=x^3-x$, $\forall x\in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se rezolve în $\mathbf{R}$ ecuația $f'(x)=0$.

(2p) **d)** Să se arate că funcția f are un punct de maxim local şi un punct de minim local .

(2p) **e)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(2p) **f)** Să se verifice identitatea $f'(x)=\frac{1}{2}\left((f'(x))^2+f'(x)+1\right)-\frac{1}{2}\left((f'(x))^2-f'(x)+1\right)$, $\forall x\in \mathbf{R}$.

(2p) **g)** Să se arate că există funcțiile $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $h:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, strict crescătoare pe $\mathbf{R}$, astfel încât să avem egalitatea $f(x)=g(x)-h(x)$, $\forall x\in \mathbf{R}$.